

1 . E I N L E I T U N G

=====

Das Programm MATHE-STAR ist eine umfangreiche Sammlung von Routinen, die vielen Aufgaben aus der Schulmathematik ihren Schrecken nehmen. Es ist ein wertvolles Werkzeug für alle, die mit mathematischen Problemen konfrontiert sind. Für Mathematik-Lehrer und Schüler ist MATHE-STAR ein Muß.

Der Autor ist selbst Lehrer an einem Gymnasium und unterrichtet in Mathematik, Physik und Informatik. Er kennt also den Lehrplan und weiß, welche Aufgaben besonders häufig anfallen.

2 . A L L G E M E I N E H I N W E I S E

=====

Vom Hauptmenü aus, das folgende Titel anbietet

A1: Lin. Gleichungssysteme	D1: Polynome
A2: Gleichungen 4. Grades	D2: Kurven
A3: Primzahlen	D3: Kurvendiskussion
A4: Primfaktorzerlegung	D4: Integrale
A5: Stellenwertsysteme	
A6: Große Zahlen	V1: Vektoren
A7: Bruchrechnen	V2: Matrizen
A8: Dezimalbrüche	V3: Matrizenrechnung
A9: ggT und kgV	
	W1: Statistik
G1: Dreiecke	W2: Kombinatorik
G2: Abbildungen	W3: Binomialverteilung
G3: Koordinaten	
G4: Vielecke	COPY=Drucker ESC=Menü ,

gelangt man in das gewünschte Unterprogramm durch Eingabe des Kennbuchstabens und der Kennziffer ohne ENTER (zB. W2 für Kombinatorik).

Die Unterprogramme sind alle so geschrieben, daß man bei der ersten Abfrage durch ENTER ohne Eingabe ins Menü zurück gelangt.

Das Ende des Unterprogrammes wird akustisch angezeigt. Danach kann mit der COPY-Taste veranlaßt werden, daß der Bildschirminhalt mit allen Ergebnissen einschließlich der Graphiken auf dem Drucker ausgegeben wird. Die ESC-Taste führt zurück ins Menü.

=====

ALLE RECHTE VORBEHALTEN. KEIN TEIL DES HANDBUCHES SOWIE DES DAZUGEHÖRIGEN PROGRAMMES DARF IN IRGEND EINER FORM (DRUCK, FOTOKOPIE ODER EINEM SONSTIGEN VERFAHREN) OHNE SCHRIFTLICHE GENEHMIGUNG VON STAR - DIVISION REPRODUZIERT ODER UNTER VERWENDUNG ELEKTRONISCHER SYSTEME VERARBEITET ODER VERVIELFALTIGT WERDEN.

3. BESCHREIBUNG DER ROUTINEN

=====

A1: LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME

Das Programm bestimmt den Lösungsvektor eines Linearen Gleichungssystems mit n Gleichungen und n Unbekannten ($n \leq 10$). Eingegeben werden der Grad n und die Koeffizienten des Gleichungssystems, das zuvor auf folgende Form gebracht werden muß:

$$\begin{array}{r} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ : \qquad \qquad \qquad : \qquad \qquad \qquad : \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

Bsp: Sucht man eine Parabel durch die Punkte $P(1/3)$, $Q(2/1)$, $R(4/9)$, so führt dies auf das Lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{l} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 16a + 4b + c = 9 \end{array} \quad \text{mit der Lösung } a=2, b=-8, c=9$$

Die Parabel hat also die Gleichung $y = 2x^2 - 8x + 9$

A2: GLEICHUNGEN 4. GRADES

Das Programm bestimmt alle reellwertigen Lösungen einer Gleichung vierten oder kleineren Grades. Eingeben werden die Koeffizienten a bis e , wobei a der Koeffizient von x^4 ist. Ist der Grad größer als vier, so gibt es abgesehen von Näherungsrechnungen (vgl. Nullstellen im Programm D3) kein algebraisches Lösungsverfahren. Einen Ausweg bietet dann nur noch die Polynomdivision in $D1$ durch $x-q$, wobei q eine durch Probieren gefundene Lösung ist.

Bsp: a) Sucht man die Lösungen von $x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 18x - 9 = 0$, so gibt man die Koeffizienten $1, 2, -8, -18$ und -9 ein. Das Programm berechnet die Lösungen $-3, -1$ und 3 .

b) Sucht man die Lösungen von $x^5 - x^4 - 16x + 16 = 0$, so findet man durch Probieren die Lösung $x = 1$. Anschließend dividiert man die linke Seite der Gleichung im Programm D1 durch $x-1$. Die Nullstellen des Restpolynoms $x^4 - 16$ liefern die weiteren Lösungen.

A7: BRUCHRECHNEN

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von zwei Brüchen, wobei alle wesentlichen Zwischenergebnisse angezeigt werden. Die Form, in der die Brüche eingegeben werden müssen, wird angezeigt.

$$\text{Bsp: } 3/100 + 4/75 = 9/300 + 16/300 = 1/12$$

$$9/16 * 24/15 = 3/2 * 3/5 = 9/10$$

$$14/3 : 6/25 = 14/3 * 25/6 = 7/3 * 25/3 = 175/9$$

A8: DEZIMALBRÜCHE

Das Programm wandelt periodische und abbrechende Dezimalbrüche um in Brüche. Dazu werden die nichtperiodischen Ziffern und die periodischen durch Komma getrennt eingegeben. Die nichtperiodischen werden in $1/10, 1/100 \dots$, die periodischen in $1/9, 1/99 \dots$ umgewandelt und die Brüche mit der Routine aus A7 addiert.

$$\text{Bsp: } 1.\overline{26} \text{ wird eingegeben als } 1.2,6 = 12/10 + 6/90 = 19/15$$

$$1.25 \text{ wird eingegeben als } 1.25,0 = 125/100 = 5/4$$

das heißt bei abbrechenden Dezimalbrüchen muß die periodische 0 mit eingegeben werden.

A9: GGT UND KGV

Das Programm bestimmt zu zwei Zahlen a und b deren Teilmengen, den größten gemeinsamen Teiler (ggT) und das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV).

$$\text{Bsp: } a = 34 \text{ und } b = 51 \text{ ergeben}$$

$$T(a)=(1,2,17,34), \quad T(b)=(1,3,17,51), \quad \text{ggT}=17, \quad \text{kgV}=102$$

Die beiden Routinen für den ggT und das kgV werden auch im Prgm. A7 verwendet. Der ggT von Zähler und Nenner eines Bruches ist bekanntlich die Zahl, mit der der Bruch gekürzt werden kann. Das kgV der Nenner von zwei Brüchen ist ihr Hauptnenner also der Nenner, auf den die Brüche zur Addition erweitert werden müssen.

$$\text{Bsp: } 34/51 \text{ kann mit } \text{ggT}(34,51)=17 \text{ gekürzt werden } \Rightarrow 34/51 = 2/3.$$

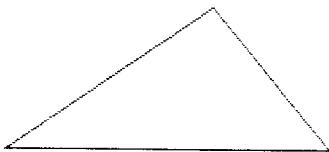
$$3/34 + 2/51 \text{ muß auf den Hauptnenner } \text{kgV}(34,51)=102 \text{ gebracht werden } \Rightarrow 3/34 + 2/51 = 9/102 + 4/102 = 13/102.$$

G1: DREIECKSBERECHNUNG

Sind von einem Dreieck die Koordinaten der drei Eckpunkte oder von seinen Seiten und Winkeln drei bestimmende Größen gegeben, so werden durch das Programm praktisch alle anderen Größen berechnet. Bei den Eckpunkten werden die Koordinaten einzeln mit ENTER eingegeben. Die Seite a wird eingegeben indem man A tippt, der Winkel Alpha wird mit CTRL A eingegeben.

Bsp:

Dreiecksberechnung				
Seiten	Winkel	Höhen	Seitenhalb.	Winkelhalb.
a = 3.8cm	$\alpha = 36.9^\circ$	h _a = 4.0cm	s _a = 4.3cm	w _a = 4.2cm
b = 4.0cm	$\beta = 53.1^\circ$	h _b = 3.0cm	s _b = 3.6cm	w _b = 3.4cm
c = 5.8cm	$\gamma = 90.0^\circ$	h _c = 2.4cm	s _c = 2.5cm	w _c = 2.8cm
Umfang = 12.0cm				
Fläche = 6.0cm				
Umkreis = 2.5cm				
Inkreis = 1.0cm				



G2: ABBILDUNGEN

Das Programm bestimmt zu vorgegebenen Punkten die Koordinaten der Bildpunkte bei den vier Kongruenzabbildungen, sowie bei der zentrischen Streckung und der Scherung. Nach Wahl der Abbildung werden die die Abbildung bestimmenden Größen (Achse, Zentrum, Winkel etc.) eingegeben. Danach wird nach der Anzahl der Punkte gefragt.

Bsp: Drehung mit Zentrum Z(0/0) und Drehwinkel 45 Grad
A(1/0) --> A'(0.71/0.71)

G3: KOORDINATENTRANSFORMATION

Das Programm rechnet zweidimensionale kartesische Koordinaten um in Polarkoordinaten und umgekehrt.

Bsp: Abst. vom Ursprung r=1, Richtungsw. 45 Grad --> x=0.71, y=0.71

G4: VIELECKE

Gibt man die x- und y-Koordinaten der Eckpunkte eines Vieleckes ein, so berechnet das Programm den Flächeninhalt, den Umfang und die Koordinaten des Schwerpunktes. Alle Koordinaten werden einzeln mit ENTER eingegeben.

D1: POLYNOME

Das Programm berechnet das Produkt und den Quotienten von zwei Polynomen. Nach der Eingabe des höchsten Exponenten (Grad) werden die Koeffizienten $a(n), \dots, a(0)$ abgefragt.

Bsp: 1. Polynom $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ (Grad=4)
2. Polynom $x^2 + 2x + 1$ (Grad=2)

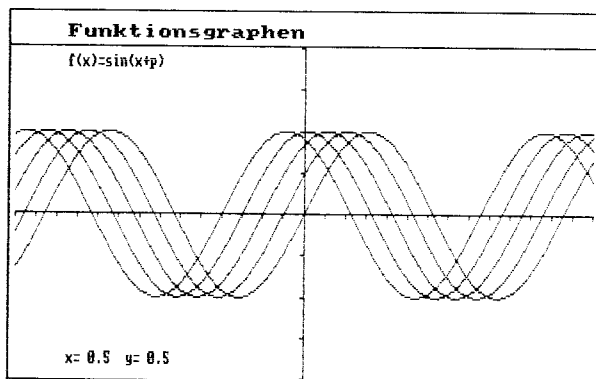
Produkt : $x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$
Quotient: $x^2 + 2x + 1$

Das Programm kann benutzt werden um Terme höheren Grades von denen eine Nullstelle bekannt ist in Faktoren zu zerlegen.

D2: KURVEN

Das Programm zeichnet die Schaubilder von beliebigen Funktionen im gewünschten x- und y-Bereich. Enthält der Funktionsterm den Buchstaben p, so wird er als Parameter der Kurvenschar interpretiert und es werden Anfangswert, Endwert und Schrittweite von p abgefragt.

Bsp:



D3: KURVENDISKUSSION

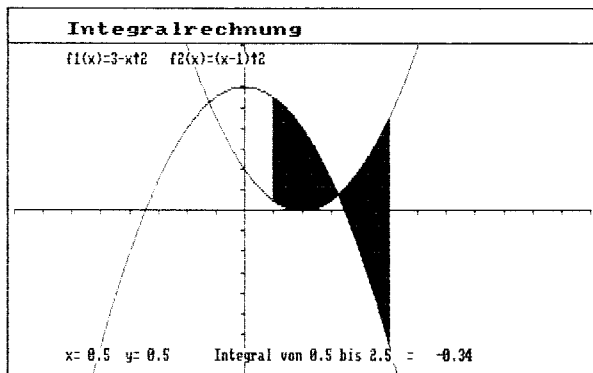
Zu einer beliebigen Funktion werden die Nullstellen, die Hoch- und Tiefpunkte sowie die Wendepunkte bestimmt. Außerdem wird die Routine D2 aufgerufen, um in einem Bildschirmfenster das Schaubild der Fkt. zu zeichnen. Zu beachten ist erstens, daß nur die Nullstellen mit Vorzeichenwechsel angezeigt werden (die anderen sind Extrempunkte), zweitens, daß bei nahezu linearem Kurvenverlauf durch Rundungsfehler irrtümlicher Weise Vorzeichenwechsel der 2. Ableitung erkannt und als Wendepunkte ausgegeben werden.

Mit dem Programm lassen sich auch Näherungslösungen von anderen als Polynomgleichungen bestimmen.

D4: INTEGRALRECHNUNG

Das Programm berechnet den orientierten Flächeninhalt zwischen zwei Funktionskurven in einem gegebenen Intervall. Will man den absoluten Flächeninhalt, so muß man das Intervall in Teilintervalle zerlegen, die keinen Schnittpunkt der beiden Kurven enthalten und die Beträge der Integralwerte addieren.

Bsp:



V1: VEKTOREN

Das Programm berechnet zu zwei Vektoren der Dimension n ($n \leq 10$) deren Skalarprodukt, die Länge der beiden Vektoren und den eingeschlossenen Winkel.

Bsp: $n=3$, 1. Vektor $(1,0,-1)$, 2. Vektor $(1,0,1)$

Skalarprodukt = 0, Länge des 1.V. = 1.41, Länge des 2.V. = 1.41
Der eingeschlossene Winkel beträgt 90 Grad.

V2: MATRIZEN

Das Programm berechnet zu einer quadratischen Matrix A der Ordnung n die Determinante, den Rang und die zu A inverse Matrix.

V3: MATRIZENRECHNUNG

Das Programm berechnet zu zwei quadratischen Matrizen A und B der Ordnung n die Summen-, Differenz- und Produktmatrix. Nichtquadratische Matrizen müssen durch Nullen aufgefüllt werden.

Bsp:

40	42	38	40		10	12	0	0		1582	1424	0	0
46	50	44	48	*	5	4	0	0	=	1854	1664	0	0
60	65	57	62		14	12	0	0		2405	2160	0	0
0	0	0	0		11	8	0	0		0	0	0	0

W1: STATISTIK

Das Programm berechnet zu einer Urliste mit n Stichprobenwerten den Mittelwert (arithm. Mittel), den Zentralwert (Median), die Varianz, sowie die absolute und relative Häufigkeitsverteilung bei frei wählbarer Klassenbreite. Zusätzlich wird das Ergebnis als Histogramm ausgegeben.

W2: KOMBINATORIK

Berechnet werden die Anzahl der Möglichkeiten aus n Elementen k auszuwählen, wenn auf die Reihenfolge Wert gelegt wird oder nicht und wenn Wiederholungen zugelassen sind oder nicht. Alle vier Ergebnisse werden auf Wunsch mit erweiterter Genauigkeit berechnet, das heißt mit der Stringarithmetik aus A6.

Bsp: n = 49, k = 6

Geordnet, ohne Wiederholungen : 10068347520
 Geordnet, mit Wiederholungen : 13841287201
 Ungeordnet, ohne Wiederholungen : 13983816 (LOTTO)
 Ungeordnet, ohne Wiederholungen : 25827165

W3: BINOMIALVERTEILUNG

Das Programm berechnet die Wahrscheinlichkeiten $b(k;n,p)$ einer binomial verteilten Zufallsgröße. Zunächst werden sie für die Werte von k, für die $b(k;n,p)$ nicht verschwindet zusammen mit den Summenwahrscheinlichkeiten als Stabdiagramm angezeigt. Danach kann für ein k aus diesem Intervall der numerische Wert abgefragt werden.

Bsp:

