

# MATHEZ VOTRE AMSTRAD

**Voici, ce mois, le dernier sujet concernant l'application propre à l'étude d'une courbe pour son tracé. Le mois prochain nous tracerons ces courbes avec recherche de maximum. Il est tout à fait possible moyennant un peu de votre temps de coller bout à bout ces programmes.**

Les systèmes d'équations sont assez fastidieux à résoudre lorsqu'il s'agit de valeurs qui ne sont pas entières, surtout pour trois variables. La résolution de ces deux types de systèmes linéaires se fera grâce aux déterminants qui permettent un calcul extrêmement rapide. Pour les habitués, la résolution de systèmes à deux variables se fait de tête. Puis nous aborderons les courbes non linéaires ou la résolution de  $f(x,y) = g(x,y) = 0$ . On détermine en fait le point d'intersection des deux courbes. Mais revenons aux équations linéaires.

Soit un système à deux variables :

$$\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}$$

On calcule le déterminant principal

$$\text{dep} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Si celui-ci est nul le calcul est impossible puisque la même équation est égale à deux valeurs différentes. Autrement dit, une droite ne peut pas avoir d'intersection avec elle-même. Si par contre le déterminant principal est différent de 0 on obtient x et y par les formules suivantes :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\text{dep}} = \frac{ed - bf}{\text{dep}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\text{dep}} = \frac{af - ce}{\text{dep}}$$

Vous pouvez vous amuser à vérifier les valeurs en remplaçant x et y dans le système. Pour trois variables on utilise des détermi-

nants  $3 \times 3$  mais on ne les calcule pas par la méthode usuelle qui consiste à sommer le résultat du calcul des déterminants  $2 \times 2$  issus du déterminant père. Donc soit un système à trois variables

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ rx + sy + tz = w \\ qx + ly + mz = p \end{cases}$$

On calcule le déterminant principal en ajoutant les deux premières colonnes afin d'obtenir des produits de trois éléments comme suit :

$$\text{Depr} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ r & s & t \\ q & l & m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ r & s \\ q & l \end{vmatrix} = (asm + btq + crl) - (qsc + lta + mrb)$$

Comme précédemment, si ce déterminant est nul, le calcul est impossible. Puis on obtient x, y et z par les calculs suivants :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d & b & c \\ w & s & t \\ p & l & m \end{vmatrix}}{\text{Depr}} = \frac{(dsm + btp + cwl) - (psc + ltd + mwb)}{\text{Depr}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & d & c \\ r & w & t \\ q & p & m \end{vmatrix}}{\text{Depr}} \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & d \\ r & s & w \\ q & l & p \end{vmatrix}}{\text{Depr}}$$

Maintenant intéressons-nous aux systèmes non linéaires. Les deux fonctions sont définies aux lignes 600 pour q et 610 pour w. Si vous voulez les changer, il suffit de répondre NON à la question "avez-vous entré vos

fonctions". Il faut alors éditer la ligne à changer et modifier ce qu'il y a après le signe égal car q et w restent une fois pour toute définies pour le reste du programme. Le but est donc de chercher une intersection entre deux courbes quelconques. On doit trouver le couple  $(x',y')$  tel que

$$(x',y') = q(x,y) \cap w(x,y)$$

Pour cela on va linéariser les deux fonctions pour obtenir deux suites  $(X_n)$  et  $(Y_n)$  qui convergent chacune vers une valeur finie représentant respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point d'intersection. La linéarisation est faite à l'aide de la relation inventée par Newton :

$$dq = \frac{\delta q}{\delta x} dx + \frac{\delta q}{\delta y} dy$$

Les D ronds sont appelés "différentielle partielle", quant aux D droits, on les appelle "différentielle totale". Les deux suites seront exprimées comme suit :

$$X_{n+1} = X_n - \frac{q'w'y - wq'y}{\Delta}$$

avec

$$\Delta = q'x w'y - q'y w'x$$

et

$$q'x = \frac{\delta q}{\delta x} = \frac{q(x+h,y) - q(x-h,y)}{2h}$$

$$q'y = \frac{\delta q}{\delta y} = \frac{q(x,y+h) - q(x,y-h)}{2h}$$

De même pour w, h est une valeur arbitrairement fixée très petite puisqu'il s'agit

d'accroissement.

Il faut préciser également qu'il est nécessaire d'indiquer les deux valeurs initiales  $X_0$  et  $Y_0$  car selon la définition des deux suites si l'on veut  $X_1$  par exemple ce sera pour  $n=0$  ; on

voit donc bien qu'il faut  $X_0$  pour le calcul (ligne 580-590). Mais comment voir si la suite converge ? Il suffit de faire la différence entre  $X_{n+1}$  et  $X_n$  et de se fixer une valeur très petite ( $p = 1/1E07$ ). Si la différence est inférieure à p c'est que la suite tend vers une valeur avec une précision de l'ordre du millionième ; on affiche alors la limite de la suite. Le programme est suffisamment détaillé pour que vous retrouviez les formules traitées plus haut. Cependant en ligne 850





on a augmenté le test de précision en ajoutant les deux résultats des différences des suites, ce qui donne des résultats plus exigeants sur la précision. Quand vous avez défini les deux fonctions en ligne 600 et 610 relancez le programme en appuyant sur la touche TAB. Elle est redéfinie en ligne 80. Voici

deux exemples vous permettant de vérifier le fonctionnement de la dernière partie du programme. Pour  $q = x \times x + y \times (x+1,1)$  et  $w = 2 \times x + y - 2$ , prendre  $X_0 = 0 = Y_0$ ; on obtient  $x = 1,387$  et  $y = -0,773$ . Avec  $X_0 = 5$  et  $Y_0 = 1,5$  on obtient  $x = -1,587$  et  $y = 5,173$ . Pour les

deux autres fonctions  
 $q = x \times x + y \times y + 3 \times x - y + 1$   
et  $w = 2 \times x \times x + y/x$   
on prend  $X_0 = 0,25$  et  $Y_0 = 3,75$ . On obtient l'intersection pour  $x = -0,925$  et  $y = 1,581$ .

Ponticelli Guillaume

```

10 ' ***** [1391]
****
20 ' **** resolutions de systemes * [968]
****
30 ' *** lineaires et non lineaires [2197]
***
40 ' *****'g.ponticelli ***** [1773]
****
50 ' ***** [1391]
****
60 CLS: CLEAR [163]
70 MODE 1 [506]
80 KEY 140,"goto 580"+CHR$(13):KEY [2423]
DEF 68,0,140
90 LOCATE 2,5:PRINT"voulez vous la [7742]
resolution d'un systeme:"
100 LOCATE 13,9:PRINT"1-lineaire" [1601]
110 LOCATE 13,11:PRINT"2-non lineai [3076]
re"
120 k$=INKEY$:IF k$="" THEN 120 [1413]
130 IF k$="1" THEN 140 ELSE 550 [1151]
140 CLS:LOCATE 12,5:PRINT"systemes [4500]
lineaires"
150 j$=INKEY$:LOCATE 12,9:PRINT"A 2 [5779]
ou 3 variables ?":IF j$="" THEN 15
0
160 IF j$="2" THEN 180 [732]
170 IF j$="3" THEN 340 ELSE 150 [926]
180 CLS:LOCATE 12,5:PRINT CHR$(150) [2545]
:LOCATE 12,6:PRINT CHR$(149)
190 LOCATE 12,7:PRINT CHR$(157):LOC [2197]
ATE 12,8:PRINT CHR$(149)
200 LOCATE 12,9:PRINT CHR$(147):LOC [1943]
ATE 13,6:PRINT"aX+"
210 LOCATE 16,6:PRINT"bY=e":LOCATE [2755]
13,8:PRINT"cX+"
220 LOCATE 16,8:PRINT"dY=f" [1265]
230 LOCATE 24,6:LINE INPUT "a=";a$ [2227]
a=VAL(a$)
240 LOCATE 31,6:LINE INPUT "b=";b$ [1993]
b=VAL(b$)
250 LOCATE 24,8:LINE INPUT "c=";c$ [1760]
c=VAL(c$)
260 LOCATE 31,8:LINE INPUT "d=";d$ [1521]
d=VAL(d$)
270 LOCATE 24,10:LINE INPUT "e=";e$ [1546]
:e=VAL(e$)
280 LOCATE 31,10:LINE INPUT "f=";f$ [1909]
:f=VAL(f$)

```

```

290 dep=a*d-b*c:IF dep=0 THEN 900 [1707]
300 x=(e*d-b*f)/dep [1123]
310 y=(a*f-e*c)/dep [1164]
320 LOCATE 14,14:PRINT"x=";x:LOCATE [3009]
14,16:PRINT"y=";y
330 GOTO 880 [548]
340 CLS:LOCATE 10,2:PRINT"Entrez vo [4463]
s coefficicents"
350 LOCATE 2,4:PRINT CHR$(150):LOCA [4373]
TE 2,5:PRINT CHR$(149)
360 LOCATE 2,6:PRINT CHR$(149):LOCA [1883]
TE 2,7:PRINT CHR$(157)
370 LOCATE 2,8:PRINT CHR$(149):LOCA [3808]
TE 2,9:PRINT CHR$(149)
380 LOCATE 2,10:PRINT CHR$(147):LOC [4773]
ATE 3,9:PRINT"qx+ly+mz=p"
390 LOCATE 3,5:PRINT"ax+by+cz=d":LO [4409]
CATE 3,7:PRINT"rx+sy+tz=w"
400 LOCATE 16,5:LINE INPUT "a=";a$ [2382]
LOCATE 22,5:LINE INPUT "b=";b$
410 LOCATE 28,5:LINE INPUT "c=";c$ [3415]
LOCATE 34,5:LINE INPUT "d=";d$
420 LOCATE 16,7:LINE INPUT "r=";r$ [3710]
LOCATE 22,7:LINE INPUT "s=";s$
430 LOCATE 28,7:LINE INPUT "t=";t$ [3750]
LOCATE 34,7:LINE INPUT "w=";w$
440 LOCATE 16,9:LINE INPUT "q=";q$ [3535]
LOCATE 22,9:LINE INPUT "l=";l$
450 LOCATE 28,9:LINE INPUT "m=";m$ [4348]
LOCATE 34,9:LINE INPUT "p=";p$
460 a=VAL(a$):b=VAL(b$):c=VAL(c$):d [3348]
=VAL(d$):r=VAL(r$):s=VAL(s$)
470 t=VAL(t$):w=VAL(w$):q=VAL(q$):l [4411]
=VAL(l$):m=VAL(m$):p=VAL(p$)
480 depr=(a*s*m+b*t*q+c*r*l)-(q*s*c [2895]
+l*t*a+m*r*b)
490 IF depr=0 THEN 900 [522]
500 x1=(d*s*m+b*t*p+c*w*l)-(p*s*c+l [2900]
*t*d+m*w*b):x=x1/depr
510 y1=(a*w*m+d*t*q+c*r*p)-(c*w*q+a [4158]
*t*p+m*r*d):y=y1/depr
520 z1=(a*s*p+b*w*q+d*r*l)-(q*s*d+l [2149]
*w*a+p*r*b):z=z1/depr
530 LOCATE 14,13:PRINT"La solution [4081]
est :":LOCATE 14,15:PRINT"x=";x
540 LOCATE 14,17:PRINT"y=";y:LOCATE [2054]
14,19:PRINT"z=";z:GOTO 880
550 CLS:LOCATE 1,11:PRINT"avez vous [5079]

```





```

entre vos fonctions (o/n) ?"
560 w$=INKEY$:IF w$="" THEN 560 ELSE [2729]
E 570
570 IF w$="n" OR w$="N" THEN LIST 6 [3067]
00-620
580 CLS:LOCATE 1,14:INPUT "donnez m [1724]
oi x0";x
590 LOCATE 1,16:INPUT "donnez moi y [2451]
0";y
600 DEF FN fctq=x^(2)+y*y+3*x-y+1 [1796]
610 DEF FN fctw=2*x*x+y/x [717]
620 REM APPUYER SUR "TAB" [1273]
630 p=1/10000000:h=1/10000000:x2=x+ [1273]
h:y2=y+h
640 x=x2:d=FN fctq:k=FN fctw [2517]
650 x=x-(2*h):e=FN fctq:r=FN fctw [2329]
660 y=y2:x=x+h [1378]
670 qw=FN fctq:rt=FN fctw [390]
680 y=y-(2*h) [1143]
690 gl=FN fctq:sg=FN fctw [1037]
700 REM calcul de f'x(x,y) [1901]
710 q1=(d-e)/(2*h) [1275]
720 REM calcul de f'y(x,y) [1742]
730 q2=(qw-gl)/(2*h) [847]
740 REM calcul de g'x(x,y) [1268]

```

```

750 w1=(k-r)/(2*h) [886]
760 REM calcul de g'y(x,y) [1108]
770 w2=(rt-sg)/(2*h) [707]
780 del=q1*w2-q2*w1:y=y+h [397]
790 IF del=0 THEN PRINT"calcul impo [4779]
ssible car delta=0":GOTO 880
800 il=FN fctq:ove=FN fctw [1083]
810 san=(il*w2-ove*q2)/del [1167]
820 dri=(ove*q1-il*w1)/del [1785]
830 REM calcul de Xn+1,Yn+1 [1459]
840 x1=x-san:y1=y-dri [1118]
850 IF (ABS(x1-x)+ABS(y1-y))>p THEN [2608]
x=x1:y=y1:GOTO 630
860 LOCATE 11,18:PRINT"voici la sol [2177]
ution "
870 LOCATE 8,20:PRINT"x=";x:LOCATE [2554]
8,21:PRINT"y=";y
880 LOCATE 5,23:PRINT"voulez vous u [5868]
ne autre operation (o/n)?" :a$=INKEY
$:IF a$="" THEN 880 ELSE 890
890 IF a$="o" THEN 60 ELSE END [1497]
900 PRINT"CALCUL IMPOSSIBLE DETERMI [2441]
NANT PRINCIPAL NUL"
910 FOR i=1 TO 1500:NEXT:CLS:GOTO 8 [1281]
0

```