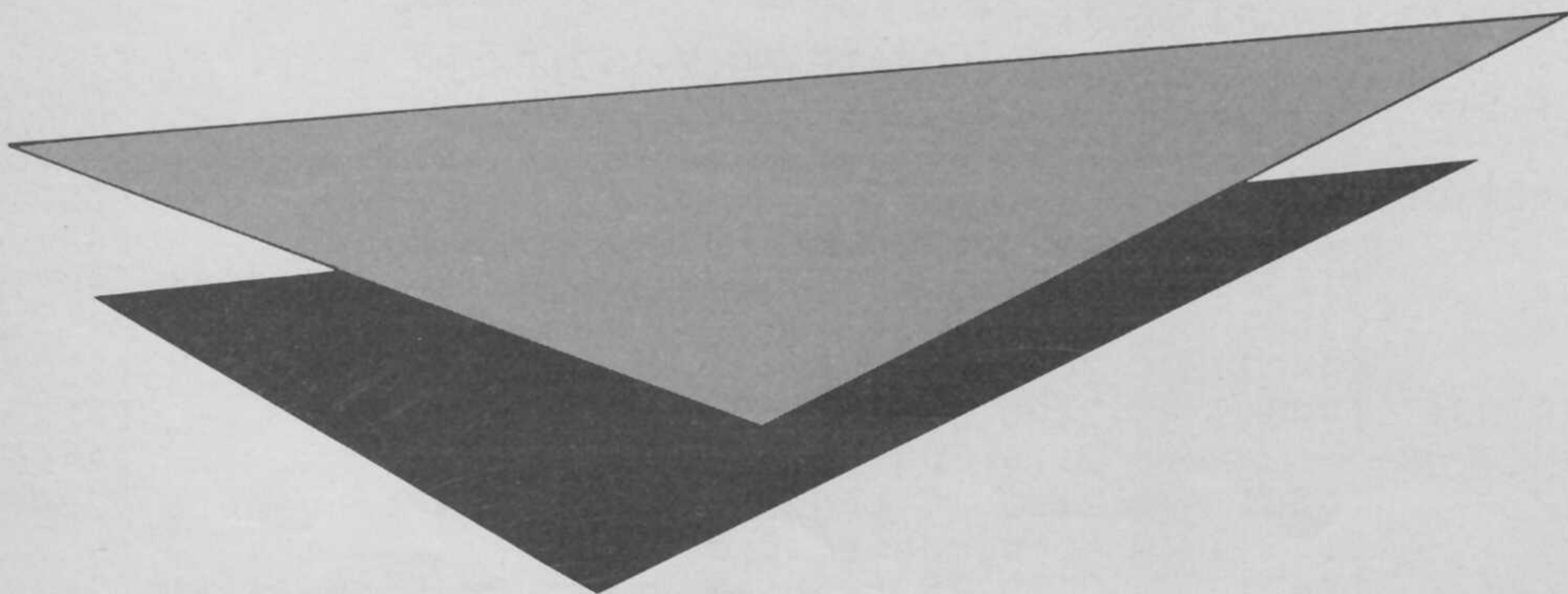


MATHEZ VOTRE AMSTRAD

A la demande de nombreux lecteurs et parce que vous avez maintenant atteint un bon niveau de programmation, nous allons ce mois-ci vous exposer le calcul intégral (pas trop compliqué) et une de ses plus célèbres applications : le calcul des différents coefficients de Fourier. Nous nous offrons en plus le luxe d'une petite analyse syntaxique histoire de débiter un peu dans le domaine. Soit dit en passant, si vous avez des programmes assez performants dans cette branche (aussi bien littéraire) n'hésitez pas à nous les envoyer.



Utilisation du programme

Après avoir tapé tout le programme, vérifiez-le (par pitié !) car il est très fréquent d'oublier un indice ou de ne pas réinitialiser une variable. Ceci dit faites Run, vous devrez répondre à une question qui vous demande votre fonction. Si vous ne l'avez pas programmée faites-le puis relancez le programme. Ensuite si vous désirez un calcul tout simple de l'intégrale de votre fonction appuyez sur i et fournissez l'intervalle de calcul comme par exemple : 2,4 ou $-\pi/2, 3 \times \pi/4$ ou bien $-2 \times \pi, 4.5$ etc. puis attendez un peu (entre 5 et 30 secondes) que le résultat s'affiche avec environ une précision de $10E-6$. Si par contre vous désirez les coefficients de Fourier, vous appuyez sur f puis vous donnez le nombre de termes désirés (ils marchent par paires) et la période, la syntaxe étant la même que précédemment. Ici, la précision ne va que jusqu'à $10E-5$ ce qui est honorable ; c'est surtout dû à un souci de clarté et de simplicité comme l'explique le paragraphe suivant. (Vous n'êtes pas obligés de le lire).

Pour ceux qui veulent approfondir

Attaquons-nous d'abord au calcul intégral en faisant quelques petits rappels. L'intégrale telle qu'on la définit est $F(a) - F(b)$

$= \int_a^b f(t) dt$, avec $F(a)$ la valeur de la primitive au point a, de même pour le point b. L'intégrale sert entre autres à calculer une aire (l'aire arithmétique). C'est la raison pour laquelle son unité s'exprime en U.A (unité d'aire).

Mais comment la calculer numériquement ? Il suffit pour cela de revenir à la définition de l'intégrale au sens de Riemann et de l'interpréter. Il s'agit en fait d'une somme dans un intervalle à plusieurs fonctions en escalier bien choisies. Aussi nous assimilerons la courbe à différents segments de droites. C'est ce qu'on appelle la méthode des trapèzes. Les deux bouts de chaque segment délimitent par leurs abscisses une sorte de trapèze. Vous comprenez que plus il y aura de trapèzes et plus l'approximation sera précise. On calcule donc comme suit : soit un intervalle (a,b) fixé, on détermine arbitrairement le nombre de sous-intervalles (plus il y en a, plus la précision augmente et plus le temps de calcul augmente). (Nous avons pris $n = 300$ comme compromis, à vous de voir).

On calcule le pas d'incrément par $w = b - a/n$. Puis on considère l'intervalle centré sur un x_n tel qu'on ait une recherche sur $x_n - w, x_n + w$. On assimile la courbe à deux segments de droite ce qui nous donne la valeur de I_1 de l'intégrale en fonction du

nombre d'intervalles fixés, on a donc

$$I_1 = w \frac{f(x_n) + f(x_n + w)}{2}$$

; or la valeur approchée de l'intégrale est $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$. En d'autres termes.

$$I_0 = \sum_{n=1}^{k-1} I_n$$

Cependant on arrive à avoir plus précis avec la formule suivante :

$$I = I_0 + \frac{w}{12} (f'(a) - f'(b))$$

$$\text{où } f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

$$\text{et } f'(b) = \frac{f(b+h) - f(b-h)}{2h}$$

sont les dérivées aux points a et b. Pour ce qui est du calcul des coefficients de Fourier on démontre que si une fonction admet une décomposition en série de Fourier elle est unique et se présente comme suit : $f(x) = A_0 + A_1 \cos wx + A_2 \cos 2wx + \dots + A_n \cos nwx + B_1 \sin wx + B_2 \sin 2wx + \dots + B_3 \sin nwx$ avec :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cos nwx dx \quad (\text{ligne 780})$$

$$\text{avec } w = \frac{2M}{T}$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \sin nwx dx \quad (\text{ligne 790})$$

Le programme

Nous n'allons pas décrire le programme en détail puisque des remarques sont placées dans le but de le décortiquer. Nous nous attacherons à des points épineux. En ligne 210 l'égalité des deux drapeaux est réelle uniquement s'ils sont nuls puisque les tests précédents éliminent les autres possibilités. Il s'agit du cas où l'intervalle serait uniquement positif. En ligne 250 $kk = 3$ n'est utilisé que pour l'affichage dans le cas du seul calcul de l'intégrale. De la ligne 270 à 330 il s'agit de l'analyse de la parité de la fonction. On calcule $f(x)$ et $f(-x)$ et on les compare. Elle ne sera ni paire ni impaire si la valeur absolue des deux fonctions est différente. Dans ce cas on a $kk = 0$ ce qui permet de calculer la valeur A_0 qui est nulle pour une fonction paire ou impaire. Le test de parité est fait approximativement de $-\pi$ à π . En 370 si la fonction est paire on simplifie les calculs en calculant deux fois (ligne 550) l'intégrale



de 0 à T/2. Les lignes 470 à 490 s'occupent de donner les dérivées $f'(a) = f3$ et $f'(b) = g3$. Ligne 510 : l'instruction while-wend sort directement du Pascal. Elle est très utile (mais attention au test $j < ni - 1$ ainsi que l'initialisation de j). Ligne 540, c'est la formule (*) qui est transcrite intégralement. A

partir de la ligne 650 qui s'occupe de l'analyse syntaxique on remarquera surtout l'emploi de l'instruction instr qui vous indique la place de la deuxième chaîne dans la première chaîne ; en ligne 660 dr contient la position de / dans per\$ et dr=0 si per\$ ne contient pas / ; idem pour *, pour la valeur

pi que l'ordinateur ne reconnaît pas si vous faites a\$ = "pi" : print val a\$; il vous indiquera 0. Donc en jouant avec instr, mid\$ et left\$ on a à traduire les bornes ou la période en nombre à virgule si nécessaire. Bon courage et bon amusement.

Guillaume Ponticelli

```

10 '***** le calcul integral **** [1085]
*
20 '***** et une de ses ***** [1741]
30 '*** applications:fourier *** [3055]
40 '** par g.ponticelli ** [1212]
50 MODE 2 [513]
60 CLEAR [217]
70 PRINT " CALCUL INTEGRAL ET FOURIER" [2617]
80 LOCATE 1,5:PRINT"Avez-vous entre [4652]
votre fonction ?(o/n)"
90 d$=INKEY$:IF d$="" THEN 90 [1055]
100 d$=UPPER$(d$):IF d$="N" THEN L [3339]
IST 740-760
110 LOCATE 1,7:PRINT"Voulez-vous d [4613]
u calcul integral(i) ou fourier(f)
"
120 d$=INKEY$:IF d$="" THEN 120 [1130]
130 d$=UPPER$(d$):IF d$="I" THEN 1 [2641]
40 ELSE 270
140 LOCATE 1,9:INPUT "Indiquez l'i [4489]
ntervalle de calcul [a,b]";a$,b$
150 ' ANALYSE SYNTAXIQUE POUR LE S [2930]
IGNE MOINS
160 IF LEFT$(a$,1)="-" THEN per$=M [3483]
ID$(a$,2):GOSUB 650:a=-per:dra1=1
170 IF LEFT$(b$,1)="-" THEN per$=M [1118]
ID$(b$,2):GOSUB 650:b=-per:dra2=1
180 IF dra1=1 AND dra2=0 THEN GOSU [2711]
B 230:GOTO 250
190 IF dra1=0 AND dra2=1 THEN GOSU [2858]
B 220:GOTO 250
200 IF dra1=1 AND dra2=1 THEN 250 [2502]
210 IF dra1=dra2 THEN GOSUB 220:GO [3144]
SUB 230:GOTO 250
220 per$=a$:GOSUB 650:a=per:RETURN [2249]
230 per$=b$:GOSUB 650:b=per:RETURN [2192]
240 'CALCUL SIMPLE D'UNE INTEGRALE [3288]
250 kk=3:GOSUB 460:GOTO 810 [2654]
260 ' ANALYSE DE LA PARITE DE LA F [2757]
ONCTION
270 FOR x=-3 TO 3 STEP 0.1 [2064]
280 GOSUB 740:g=y:x1=ABS(g):x=-x:G [2787]
OSUB 740:g1=y:y=ABS(y)
290 IF x1<>y THEN kk=0:GOTO 340 [888]
300 IF g=g1 THEN PRINT"Fonction pa [4732]
ire pas de termes en sinus=>Bn=0":
bn=1:kk=1
310 IF g=g1 THEN PRINT"et A0=0":z= [2035]
13
320 IF g=-g1 THEN PRINT"Fonction i [6220]
mpaire pas de termes en cosinus=>A
n=0":an=1:kk=2:z=13
330 NEXT x [356]
340 INPUT "nombre de coefficients: [2453]
";nc
350 INPUT"donnez-moi la periode";p [3386]
er$
360 GOSUB 650 [883]
370 a=-per/2:b=per/2 [1060]
380 IF bn=1 THEN a=0 [141]
390 IF kk=0 THEN GOSUB 460 [604]
400 IF an=bn THEN kk=1 [879]
410 FOR tt=1 TO nc [1458]
420 GOSUB 460:NEXT tt [1805]
430 IF an=bn THEN kk=2:bn=3:r=0:z= [1652]
15:GOTO 410
440 GOTO 810 [306]
450 'CALCUL DE L'INTEGRALE PAR LA [3055]
METHODE DES TRAPEZES.
460 ni=300:h=0.0001 [301]
470 x=a+h:GOSUB 740:f1=y:x=a:GOSUB [2551]
740:f2=y
480 x=b:GOSUB 740:g1=y:x=b-h:GOSUB [3432]
740:g2=y
490 f3=(f1-f2)/h:g3=(g1-g2)/h:x=a: [2206]
l=(b-a)/ni
500 u=(f2+g1)/2 [656]
510 WHILE j<ni-1 [1317]
520 x=x+l:GOSUB 740:u=u+y:j=j+1 [1723]
530 WEND [390]
540 i0=1*u:i=i0+((f3-g3)*(1^2)/12) [2788]
550 IF bn=1 THEN per=per/2 [1209]
560 'AFFICHAGE RESULTAT [969]
570 IF kk=3 THEN PRINT"l'integrale [3115]
vaut I=";i:GOTO 630
580 res=ROUND(i/per,4) [1615]
590 IF kk=0 THEN z=13:LOCATE 1,z:P [2512]
RINT"A";r;"=";res:z=z+2
600 IF kk=1 THEN r=r+1:LOCATE 1,z: [4456]
PRINT "A";r;"=";res:z=z+2
610 IF kk=2 THEN r=r+1:LOCATE 40,z [2075]
:PRINT"B";r;"=";res:z=z+2
620 IF bn=1 THEN per=per*2 [1203]
630 j=0:RETURN [737]
640 'ANALYSE SYNTAXIQUE POUR INTER [3621]
VALLE ET PERIODE
650 per=VAL(per$):pe=INSTR(per$,"p [2739]
i")
660 bb=1:cc=bb:dr=INSTR(per$,"/"): [2375]
dc=INSTR(per$,"*")
670 IF pe=0 THEN RETURN [1100]
680 IF dr<>0 THEN aa=VAL(MID$(per$ [2541]
,dr+1)):bb=PI/aa
690 IF dc<>0 THEN cc=VAL(LEFT$(per [2043]
$,dc))
700 IF (dc<>0 AND dr<>0) THEN per= [2503]
cc*bb:RETURN
710 IF (dr<>0 AND dc=0) THEN per=b [2381]
b:RETURN
720 per=cc*PI:RETURN [896]
730 'PROGRAMMATION DE LA FONCTION [1667]
740 y=0 [355]
750 IF x>0 THEN y=SIN(x) [2018]
760 ' [117]
770 'TERMES UTILES A FOURIER [1242]
780 IF kk=1 THEN y=2*y*COS(tt*2*PI [1855]
*x/per)
790 IF kk=2 THEN y=2*y*SIN(tt*2*PI [2453]
*x/per)
800 RETURN [555]
810 LOCATE 1,25:INPUT"Une autre op [2838]
eration";a$
820 IF a$="o" THEN 50 ELSE END [1453]

```